

Non-profit Joint Stock Company
«Republican Physics and Mathematics School»
4th February 2023
V. International Physics Olympiad.
Teachers' League.
Solutions

1st Problem

Since $a > g$, the block will always slide relative to carts. Therefore, the force of sliding friction $F = \mu mg$ will act on it all the time, constant in magnitude, but directed either to the right or to the left. Let's find the time of movement to the right t_1 and to the left t_2 . Since the movement of the platform is uniformly accelerated and the distance traveled to the right and left are equal:

$$at_1^2/2 = at_2^2/4, \text{ which implies } t_2 = t_1\sqrt{2}, \text{ where } t_1 + t_2 = T \text{ (total time of motion)} \quad (1)$$

$$t_1 + t_1\sqrt{2} = T, \quad t_1 = T/(1+\sqrt{2}) \text{ and } t_2 = T\sqrt{2}/(1+\sqrt{2}) \quad (2)$$

$$\text{Momentum change: } \Delta mv / \Delta t = ma_1 = (\mu mg t_1 - \mu mg t_2) / \Delta t \quad (3)$$

$$ma_1 = \mu mg(t_1 - t_2) / T = \mu mg((T/(1+\sqrt{2}) - T\sqrt{2}/(1+\sqrt{2})) / T) \quad (4)$$

$$ma_1 = \mu mg(1 - \sqrt{2}) / (1 + \sqrt{2}) \quad (5)$$

$$a_1 = \mu g(1 - \sqrt{2}) / (1 + \sqrt{2}) = 0.4 * 10 \text{ m/s}^2 (-0.4) / 1.4 = -1.14 \text{ m/s}^2$$

if we take the direction of movement of the bar to the right as a positive direction, then it will move to the left with an average acceleration equal in absolute value to 1.14 m/s^2 relative to the cart.

$$\text{Relative to the table to the right } 38.86 \text{ m/s}^2 \text{ and to the left } 21.14 \text{ m/s}^2 \quad (6)$$

2nd Problem

$$\text{Root mean square speed: } v_{\text{rms}} = \sqrt{3kT / m_0} \quad (1)$$

Y component of v_{rms} :

$$V_{\text{rms}2y} = \sqrt{kT / m_0} \text{ and } V_{\text{rms}1y} = \sqrt{kT_0 / m_0}, \quad (2)$$

where k – Boltzmann constant, T – Surface temperature, m_0 – mass of molecules.

$$\text{Momentum change: } \Delta P = m_0(\sqrt{kT / m_0} - \sqrt{kT_0 / m_0}) \quad (3)$$

The magnitude of the lifting force: $F = N \Delta P / \Delta t$, where N – the number of air molecules collides with an area S in a time interval Δt .

During the time Δt , the surface S will be reached and collided with it only those molecules that are at a distance from $\Delta l = v_{\text{rms}1y} \cdot \Delta t$.

N will be equal to: $N = n \cdot S \cdot \Delta l$, where n – concentration of air molecules

$$n = P / kT_0 \text{ (P – pressure)}$$

So the lifting force will be:

$$F = NkT / \Delta t = nS\Delta l / \Delta t * m_0(\sqrt{kT / m_0} - \sqrt{kT_0 / m_0}) = nS\sqrt{kT_0 / m_0} * m_0(\sqrt{kT / m_0} - \sqrt{kT_0 / m_0}) = nS(k\sqrt{TT_0} - kT_0) = SP/kT_0(k\sqrt{TT_0} - kT_0) = SP(\sqrt{T/T_0} - 1) \quad (4)$$

$$\text{In order to lift the disk: } F = mg = SP(\sqrt{T/T_0} - 1) \quad (5)$$

$$\text{Given that this is a disk } P\pi d^2(\sqrt{T/T_0} - 1) / 4 = mg \quad (6)$$

$$\text{At the end: } T = T_0(4mg / P\pi d^2 + 1) = 300(4 * 10 * 10 / 100 * 3,14 * 4 + 1)^2 = 514 \text{ K} \quad (7)$$

3rd Problem

When the ball oscillates, a restoring force acts:

$$kQq/(L+x)^2 - kQq/(L-x)^2 = -4LkQqx/(L+x)^2(L-x)^2 = -4LkQqx(L^2-x^2) = -4LkQqx/L^4(1-x^2/L^2),$$

where x is the displacement from the equilibrium position (1)

Since x is many times smaller than L , so $(L-x^2/L^2)$ nearly = 1 (2)

Then $F = -4LkQqx/L^4 = -4kQqx/L^3$ (3)

The restoring force is proportional to the displacement x , according to Newton's second law $ma = -4kQqx/L^3$ (4)

From the equation of harmonic oscillations $a + \omega^2 x = 0$ and coordinate changes according to the equation $x = x_0 \cos \omega t$ (5)

Period will be equal to $T = 2\pi/\omega$ and for the ball $a + 4kQqx/mL^3 = 0$ (6)

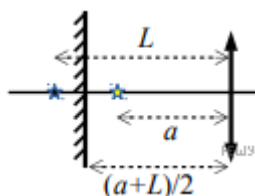
Angular velocity $\omega = \sqrt{4kQq/mL^3}$ (7)

$T = 2\pi/\sqrt{4kQq/mL^3} = \pi \sqrt{mL^3/kQq} = 3,14\sqrt{0,1 \cdot 1/9 \cdot 10^9 \cdot 6 \cdot 10^{-9} \cdot 20 \cdot 10^{-3}} =$ (8)

$= 9,56 \text{ s.}$

4th Problem

1st case (the mirror in front of the lens, light does not pass through the lens)



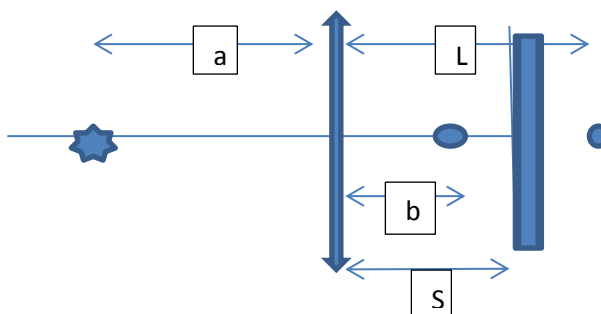
(1)

Such an image is obtained when light from an object hits a mirror without passing through the lens. It is easy to understand that the mirror should be on the same side of the lens as the object, and be located at a distance $a = F$:

$S = a + (L - a)/2 = (L + F)/2 = (40 \text{ cm} + 20 \text{ cm})/2 = 30 \text{ cm}$ (2)

2nd case (mirror behind the lens)

Light passes through the lens and forms an image at a distance b from lens (3)

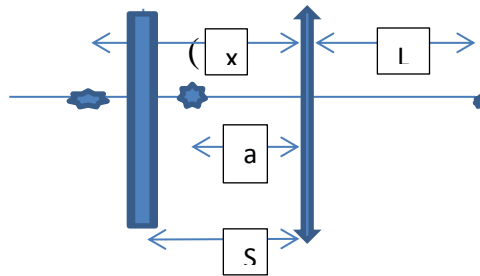


$1/a + 1/b = 1/F, b = Fa/(a - F)$ (4)

Since we need the image to reach at a distance $L=2a$, then

$$S = b + (L - b) / 2 = (L + b) / 2 = \{ 2a + Fa / (a - F) \} / 2 = a + Fa / 2(a - F) = 30 + 20 * 30 / 2(30 - 20) = 60 \text{ cm} \quad (5)$$

3rd case (mirror in front of the lens, light passes through the lens)



The image must be at a distance x from the lens (6)

$$1/x + 1/L = 1/F, \quad x = FL / (L - F) \quad (7)$$

$$S = a + (x - a) / 2 = (x + a) / 2 \quad (8)$$

$$S = FL / 2(L - F) + a / 2 = Fa / (2a - F) + a / 2 = 20 * 30 / (60 - 30) + 30 / 2 = 35 \text{ cm} \quad (9)$$

Methodical Part

1st Problem

Acceleration $a = v_0 / t_1 = 0,125 \text{ m/s}^2$

Because $a = g(M - m) / (M + m)$, then $M/m = (g/a + 1) / (g/a - 1) = 1,03 \text{ m/s}^2$ (1)

Coordinates: $x_1 = v_0 t_1 / 2$ or $v_0^2 / 2a$, $x_2 = v_0 t_2 - at^2 / 2$

We get $x_1 = 0,25 \text{ m}$ and $x_2 = -0,31 \text{ m}$ (2)

Distance: $S = 2x_1 + |x_2| = 0,81 \text{ m}$ (3)

2nd Problem

Immediately after the circuit, no current flows through the coil $I_L = 0$ (1)

Current through the resistor: $I_{OR} = \mathcal{E} / (R + r) = 10,5 \text{ B} / 4 \Omega = 2,625 \text{ A}$ (2)

Potential difference over coil: $U_L = I_{OR} * R = 2,625 \text{ A} * 3 \Omega = 7,875 \text{ V}$ (3)

Current through resistor before switch of : $I_R = U / R = 2 \mathcal{E} / 9r = 21 \text{ B} / 9 \Omega = 2,3 \text{ A}$

Current through battery : $I_r = (\mathcal{E} - U) / r = 2\mathcal{E} / 9r = 21 \text{ B} / 9 \Omega = 3,5 \text{ V}$ (4)

Current through the coil:

$$3,5 \text{ A} - 2,3 \text{ A} = 1,2 \text{ A} \text{ and } Q = LI^2 / 2 = 0,5 \text{ H} * 1,44 \text{ A}^2 / 2 = 0,36 \text{ J} \quad (5)$$

3rd Problem

The work of a gas in a cyclic process is equal to the algebraic sum of the amounts of heat that the gas exchanges with the heater and cooler: $W = Q_{1-2} + Q_{2-3} + Q_{3-1}$.

(1)

The amount of heat received by the gas $Q = Q_{1-2} + Q_{2-3}$.

(2)

Therefore, the efficiency of the engine $\eta = W / (W - Q_{3-1})$, and then $Q_{3-1} < W$

(3)

By the first law of thermodynamics:

$$Q_{3-1} = 3\nu R (T_1 - T_3)/2 + W_{3-1} ,$$

Where $W_{3-1} = (p_1 + p_3)(V_1 - V_3)/2$ – work done by the gas thorough 1 – 3. (4)

Since the extension of the line 1 - 3 passes through the origin, Equality: $V_1/p_1 = V_3/p_3$,

taking into account which the expression for W_{3-1} is transformed to the form:

$$W_{3-1} = (p_1 V_1 - p_3 V_3)/2 . \quad (5)$$

Using the state equation $p_1 V_1 = \nu R T_1$, $p_3 V_3 = \nu R T_3$, We can find, that

$$W_{3-1} = \nu R (T_1 - T_3)/2$$

Then : $Q_{3-1} = 2 \nu R (T_1 - T_3)$. (6)

Answer : $\eta = W / ((W + 2 \nu R (T_3 - T_1))) = 1600 / (1600 + 16620) = 49\%$ (7)

Коммерциялық емес акционерлік қоғам
«Республикалық физика математика мектебі»

Ақпан 2023 г.

Физика пәнінен V Халықаралық олимпиада. Мұғалімдер лигасы.

Бірінші блок (30 балл)

Есеп №1 (6 балл)

Шешімі:

$a > g$ болғандықтан, білеуше әрқашан арба бетімен сырғанайды. Сондықтан оған шамасы тұрақты, бірақ оңға немесе солға бағытталған, сырғанау үйкеліс күші $F = \mu mg$ барлық уақытта әсер етеді. Оңға t_1 және солға t_2 қозғалыс уақытын табайық. Арбаның қозғалысы бірқалыпты үдемелі және оңға және солға жүретін жолдар тең болғандықтан:

$$at_1^2/2 = at_2^2/4, \text{ осыдан } t_2 = t_1\sqrt{2}, \text{ мұндағы } t_1 + t_2 = T \text{ (қозғалыс уақыты)} \quad (1)$$

$$t_1 + t_1\sqrt{2} = T, t_1 = T/(1+\sqrt{2}) \text{ және } t_2 = T\sqrt{2}/(1+\sqrt{2}) \quad (2)$$

$$\text{Импульс өзгерісі: } \Delta mv/\Delta t = ma_1 = (\mu mg t_1 - \mu mg t_2)/\Delta t \quad (3)$$

$$ma_1 = \mu mg(t_1 - t_2)/T = \mu mg((T/(1+\sqrt{2}) - T\sqrt{2}/(1+\sqrt{2}))/T) \quad (4)$$

$$ma_1 = \mu mg(1 - \sqrt{2})/(1+\sqrt{2}) \quad (5)$$

$$a_1 = \mu g(1 - \sqrt{2})/(1+\sqrt{2}) = 0,4 \cdot 10 \text{ м/с}^2 (2,4)/1,4 = -0,69 \text{ м/с}^2$$

егер білеушенің оңға қарай қозғалыс бағытын оң бағыт ретінде алсақ, онда ол арбаға қатысты модулі $0,69 \text{ м/с}^2$ -ге тең орташа үдеумен солға қозғалады.

$$\text{Үстелге қатысты оңға бағытта } -39,31 \text{ м/с}^2 \text{ және сол бағытта } 20,69 \text{ м/с}^2 \quad (6)$$

Есеп №2 (7 балл)

Шешімі:

$$\text{Орташа квадраттық жылдамдық: } v_{\text{орт.кв.}} = \sqrt{kT/m_0} \quad (1)$$

Бір проекция қарастырсақ:

$$V_{\text{орт.кв.,2,y}} = \sqrt{kT/m_0} \text{ и } V_{\text{орт.кв.,1,y}} = \sqrt{kT/m_0}, \text{ мұндағы } k - \text{Больцман тұрақтысы, } T - \text{бет температурасы, } m_0 - \text{молекула массасы.} \quad (2)$$

$$\text{Импульс айырымы: } \Delta P = m_0 \sqrt{kT/m_0} - \sqrt{kT_0/m_0} \quad (3)$$

Көтеруші күш шамасы: $F = N \Delta P / \Delta t$, мұндағы N – S ауданмен Δt уақыт интервалында соқтығысатын молекула саны. Δt уақыт ішінде S бетіне тек $\Delta l = V_{\text{орт.кв.,1,y}} \cdot \Delta t$ қашықтықта орналасқан молекулалар ғана соқтығысады. N шамасы: $N = n \cdot S \cdot \Delta l$, мұндағы n – ауа молекулаларының концентрациясы $n = P / kT_0$ (P – қысым). Осыдан көтеруші күш шамасы:

$$F=NkT/\Delta t=nS\Delta l/\Delta t*m_0(\sqrt{kT/m_0}-\sqrt{kT_0/m_0})=nS\sqrt{kT_0/m_0}*m_0(\sqrt{kT/m_0}-\sqrt{kT_0/m_0})=nS(k\sqrt{TT_0}-kT_0)=SP/kT_0(k\sqrt{TT_0}-kT_0)=SP(\sqrt{\frac{T}{T_0}}-1) \quad (4)$$

Диск жоғары көтерілу үшін қажетті шарт: $F=mg=SP(\sqrt{\frac{T}{T_0}}-1) \quad (5)$

Дененің диск екенін ескеріп $P\pi d^2\sqrt{\frac{T}{T_0}}/4=mg \quad (6)$

Осыдан: $T=T_0(4mg/P\pi d^2+1)=300(4*10*10/100*3,14*4+1)^2=521,5 \text{ К} \quad (7)$

Есеп №3 (8 балл)

Шешімі:

Тербеліс жағдайында шарға әсер ететін кері қайтарушы күш:
 $kQq/(L+x)^2 - kQq/(L-x)^2 = -4LkQqx/(L+x)^2(L-x)^2 = -4LkQqx/(L^2-x^2)^2 = -4LkQqx/L^4(1-x^2/L^2)^2$, мұндағы x тепе-теңдің күйінен ығысуы. (1)

x шамасы L шамасынан өте кіші болғандықтан, $(1-x^2/L^2)$ өрнегі 1-ге теңеседі. (2)

Осыдан $F=-4LkQqx/L^4 = -4kQqx/L^3$ (3)

Кері қайтарушы күш x ығысу шамасына пропорционал және Ньютонның екінші заңы бойынша $ma = -4kQqx/L^3$ (4)

Гармоникалық тербелістер теңдеуінен $a+w^2x=0$ және координатаның теңдеуі $x=x_0\cos wt$ (5)

Период $T=2\pi/w$ теңдеуімен анықталады және шар үшін $a+4kQqx/mL^3=0$ (6)

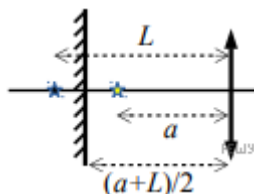
Циклдік жиілік $w = \sqrt{4kQq/mL^3}$ (7)

$T=2\pi/\sqrt{4kQq/mL^3} = \pi\sqrt{mL^3/kQq} = 3,14\sqrt{0,1*1/9*10^9*6*10^{-9}*20*10^{-3}} = 0,956 \text{ с}$ (8)

Есеп №4 (9 баллов)

Шешімі:

1 тәсіл (айна линза алдында, жарық линза арқылы өтпейді)



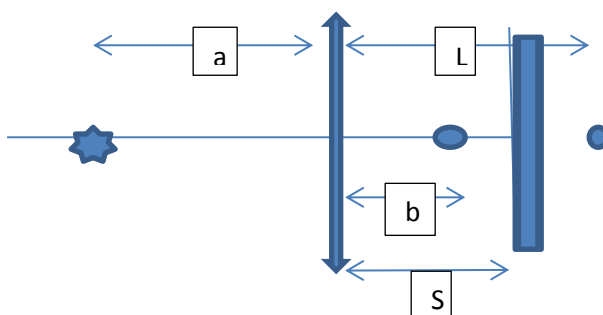
(1)

Мұндай кескін денеден түскен жарық ешқашан линзадан өтпей айнаға түскенде алынады. Айна линзаның дене орналасқан жағында $a=F$ қашықтықта орналасуы керек екенін түсіну оңай:

$$S = a + (L - a) / 2 = (L + F) / 2 = (40 \text{ см} + 20 \text{ см}) / 2 = 30 \text{ см} \quad (2)$$

2 тәсіл (айна линза артында)

Жарық линза арқылы өтіп, линзадан b қашықтықта кескін құрайды. (3)

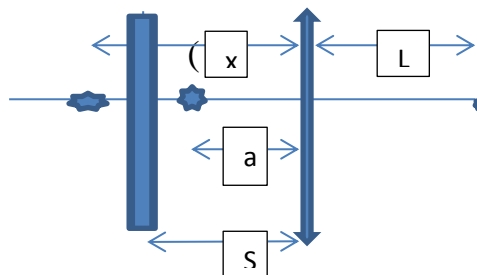


$$1/a + 1/b = 1/F, \quad b = Fa / (a - F) \quad (4)$$

Кескін $L = 2a$ қашықтықта түзілу үшін

$$S = (b + L) / 2 = (0,6 + 0,4) / 2 = 0,5 \text{ м} \quad (5)$$

3 тәсіл (айна линзаның алдында, жарық линза арқылы өтеді)



Кескін линзадан x қашықтықта болуы керек (6)

$$1/x + 1/L = 1/F, \quad x = FL / (L - F) \quad (7)$$

$$S = a + (x - a) / 2 = (x + a) / 2 \quad (8)$$

$$S = FL / 2(L - F) + a / 2 = Fa / (2a - F) + a / 2 = 20 * 30 / (60 - 30) + 30 / 2 = 35 \text{ см} \quad (9)$$

Әдістемелік блок

Есеп №1 (3 балл)

Шешімі:

Үдеуі $a=v_0/t_1=0,125 \text{ м/с}^2$

Үдеу $a=g(M-m)/(M+m)$ болғандықтан, $M/m=(g/a +1)/(g/a -1)=1,03 \text{ м/с}^2$ (1)

Координатасы: $x_1=v_0t_1/2$ немесе $v_0^2/2a$, $x_2=v_0t_2-at^2/2$

Осыдан $x_1=0,25 \text{ м}$ и $x_2=-0,31 \text{ м}$ (2)

Жол: $S=2x_1+|x_2|=0,81 \text{ м}$ (3)

Есеп №2 (5 балл)

Шешімі:

Тізбектей жалғаған сәтті катушка арқылы ток өтпейді $I_L=0$ (1)

Резистор арқылы өтетін ток: $I_{0R}=E/(R+r)=10,5 \text{ В}/4 \text{ Ом}=2,625 \text{ А}$

(2)

Катушканың кернеуі: $U_L=I_{0R} * R=2,625 \text{ А} * 3 \text{ Ом}=7,875 \text{ В}$ (3)

Кілт ашар алдын ток резистор арқылы өтетін ток: $I_R=U/R=2 \text{ В}/9 \text{ Ом}=21 \text{ В}/9 \text{ Ом}=2,3 \text{ А}$

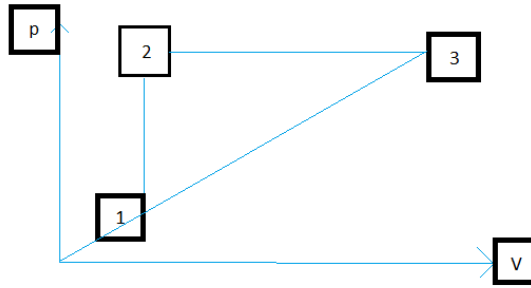
Ток көзі арқылы өтетін ток: $I_r=(E - U)/r=(10,5 \text{ В} - 7,875 \text{ В})/9 \text{ Ом}=21 \text{ В}/9 \text{ Ом}=3,5 \text{ В}$

(4)

Катушка арқылы өтетін ток:

$3,5 \text{ А} - 2,3 \text{ А} = 1,2 \text{ А}$ и $Q=LI^2/2=0,5 \text{ Гн} * 1,44 \text{ А}^2/2=0,36 \text{ Дж}$ (5)

Есеп №3 (7 балл)



Шешімі:

Циклдік процесітегі газдың жұмысы газдың қыздырғышпен және тоңазытқышпен алмасатын жылу мөлшерінің алгебралық қосындысына тең:

$$A = Q_{1-2} + Q_{2-3} + Q_{3-1} . \quad (1)$$

$$\text{Газдың алатын жылу мөлшері } Q = Q_{1-2} + Q_{2-3} . \quad (2)$$

$$\text{Осыдан, қозғатқыш ПӘК-і } \eta = A / (A - Q_{3-1}) , \text{ мұндағы } Q_{3-1} < \quad (3)$$

Термодинамиканың бірінші заңы бойынша:

$$Q_{3-1} = 3\nu R (T_1 - T_3) / 2 + A_{3-1} ,$$

мұндағы $A_{3-1} = (p_1 + p_3)(V_1 - V_3) / 2$ – газдың 1 – 3 аралықтағы жасаған жұмысы .

(4)

1 – 3 түзуінің жалғасы координата басынан өтетіндіктен, келесі теңдікті қолдануға болады: $V_1 / p_1 = V_3 / p_3$, және осыдан A_{3-1} өрнегі: $A_{3-1} = (p_1 V_1 - p_3 V_3) / 2$.

(5)

Күй теңдеуін қолданып $p_1 V_1 = \nu R T_1, p_3 V_3 = \nu R T_3, A_{3-1} = \nu R (T_1 - T_3) / 2$ екенін анықтаймыз

$$\text{Осыдан: } Q_{3-1} = 2 \nu R (T_1 - T_3) . \quad (6)$$

(6)

$$\text{Жауабы: } \eta = A / (A + 2 \nu R (T_3 - T_1)) = 1600 / (1600 + 16620) = 49\% \quad (7)$$

(7)

**Некоммерческое акционерное общество
«Республиканская физико-математическая школа»**

Февраль 2023 г.

V Международная олимпиада по физике. Лига учителей.стола

Первый блок (30 баллов)

Задача №1 (6 баллов)

Решение:

Поскольку $a > g$ брусок будет все время скользить относительно тележки. Поэтому на него будет все время действовать сила трения скольжения $F = \mu mg$, постоянная по величине, но направленная то вправо, то влево. Найдем время движения вправо t_1 и влево t_2 . Поскольку движение платформы равноускоренное и пройденные вправо и влево пути равны:

$$at_1^2/2 = at_2^2/4, \text{ откуда следует } t_2 = t_1\sqrt{2}, \text{ где } t_1 + t_2 = T (\text{время движения}) \quad (1)$$

$$t_1 + t_1\sqrt{2} = T, \quad t_1 = T/(1+\sqrt{2}) \text{ и } t_2 = T\sqrt{2}/(1+\sqrt{2}) \quad (2)$$

$$\text{Изменение импульса: } \Delta mv/\Delta t = ma_1 = (\mu mg t_1 - \mu mg t_2)/\Delta t \quad (3)$$

$$ma_1 = \mu mg(t_1 - t_2)/T = \mu mg((T/(1+\sqrt{2}) - T\sqrt{2}/(1+\sqrt{2}))/T) \quad (4)$$

$$ma_1 = \mu mg(1 - \sqrt{2})/(1+\sqrt{2}) \quad (5)$$

$$a_1 = \mu g(1 - \sqrt{2})/(1+\sqrt{2}) = 0,4 \cdot 10 \text{ м/с}^2 \cdot (-0,4)/2,4 = -0,69 \text{ м/с}^2$$

если за положительное направление принять направление движения бруска вправо, то он будет двигаться влево со средним ускорением, равным по модулю $0,69 \text{ м/с}^2$ относительно стола.

$$\text{Относительно тележки вправо } -39,31 \text{ м/с}^2 \text{ и влево } 20,69 \text{ м/с}^2 \quad (6)$$

Задача №2 (7 баллов)

Решение:

$$\text{Средняя квадратичная скорость: } v_{\text{ск}} = \sqrt{3kT/m_0} \quad (1)$$

С учетом проекций:

$$V_{\text{ср.кв.},2,y} = \sqrt{kT/m_0} \text{ и } V_{\text{ср.кв.},1,y} = \sqrt{kT_0/m_0}, \text{ где } k - \text{ постоянная Больцмана,} \\ T - \text{ температура поверхности, } m_0 - \text{ масса молекул.} \quad (2)$$

$$\text{Разность импульсов: } \Delta P = m_0(\sqrt{kT/m_0} - \sqrt{kT_0/m_0}) \quad (3)$$

Величина подъемной силы: $F = N \Delta P/\Delta t$, где N – число молекул воздуха сталкивающееся с площадью S за интервал времени Δt . За время Δt поверхности S достигнут и столкнутся с ней только те молекулы, которые находятся от неё на расстоянии $\Delta l = V_{\text{ср.кв.},1,y} \cdot \Delta t$. Величина N равна: $N = n \cdot S \cdot \Delta l$, где n – концентрация молекул воздуха $n = P/kT_0$ (P – давление).

Таким образом подъемная сила составит:

$$F = NkT/\Delta t = nS\Delta l/\Delta t \cdot m_0(\sqrt{kT/m_0} - \sqrt{kT_0/m_0}) = nS\sqrt{kT_0/m_0} \cdot m_0(\sqrt{kT/m_0} - \sqrt{kT_0/m_0}) \\ /m_0 = nS(k\sqrt{TT_0} - kT_0) = SP/kT_0(k\sqrt{TT_0} - kT_0) = SP(\sqrt{T/T_0} - 1) \quad (4)$$

Для подъема диска выполняется условие: $F=mg= SP(\sqrt{T/T_0}-1)$ (5)

С учетом, что это диск $Ppd^2(\sqrt{T/T_0}-1)/4=mg$ (6)

Отсюда: $T=T_0(4mg/Ppd^2 +1)^2=300(4*10*10/(100*3,14*4) +1)^2=521,5 \text{ К}$ (7)

Задача 3 (8 баллов).

Решение:

При колебаниях на шарик действует возвращающая сила:

$$kQq/(L+x)^2 - kQq/(L-x)^2 = -4LkQqx/(L+x)^2(L-x)^2 = -4LkQqx(L^2-x^2) = -4LkQqx/L^4(1-x^2/L^2), \text{ где } x \text{ отклонение от положения равновесия} \quad (1)$$

Так как x во много раз меньше L , то $(L-x^2/L^2)$ примерно=1 (2)

$$\text{Отсюда } F = -4LkQqx/L^4 = -4kQqx/L^3 \quad (3)$$

Возвращающая сила пропорциональна смещению x , по второму закону

$$\text{Ньютона } ma = -4kQqx/L^3 \quad (4)$$

Из условия гармонических колебаний $a + w^2x = 0$ и координата меняется по закону $x = x_0 \cos wt$ (5)

$$\text{Период равен } T = 2\pi/w \text{ и для шарика } a + 4kQqx/mL^3 = 0 \quad (6)$$

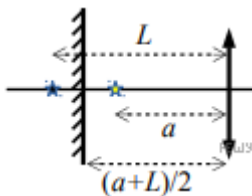
$$\text{Циклическая частота } w = \sqrt{4kQq/mL^3} \quad (7)$$

$$T = 2\pi/\sqrt{4kQq/mL^3} = \pi \sqrt{mL^3/kQq} = 3,14\sqrt{0,1*1/9*10^9 * 6 * 10^{-9} * 20*10^{-3}} = 0,956 \text{ с} \quad (8)$$

Задача №4 (9 баллов)

Решение:

1 способ (зеркало перед линзой, свет не проходит через линзу)



(1)

Такое изображение получается, когда свет от предмета попадает на зеркало, ни разу не пройдя сквозь линзу. Легко понять, что зеркало должно быть с той же стороны от линзы, что и предмет, и располагаться на расстоянии $a=F$:

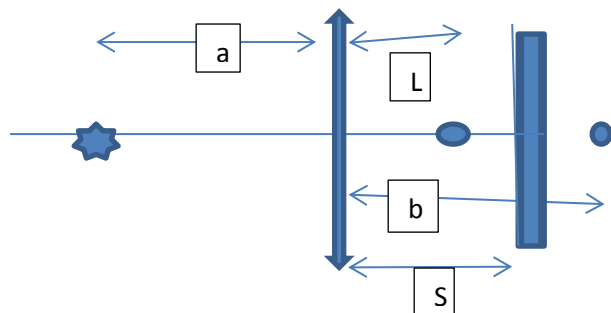
$$S = a + (L - a)/2 = (L + F)/2 = (40 \text{ см} + 20 \text{ см})/2 = 30 \text{ см} \quad (2)$$

2 способ(зеркало за линзой)

Свет прошел через линзу и образовал изображение на расстоянии

b от линзы

(3)



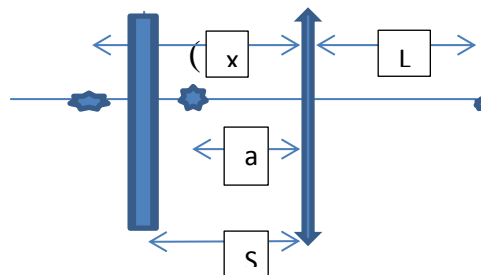
$$1/a + 1/b = 1/F, b = Fa/(a-F)$$

(4)

Так как нам надо, чтобы изображение попало на расстоянии $L=2a$, то

$$S = (b+L)/2 = (0,6+0,4)/2 = 0,5 \text{ м} \quad (5)$$

3 способ(зеркало перед линзой, свет проходит через линзу)



Изображение должно быть на расстоянии x от линзы

(6)

$$1/x + 1/L = 1/F, x = FL/(L-F)$$

(7)

$$S = a + (x-a)/2 = (x+a)/2$$

(8)

$$S = FL/2(L-F) + a/2 = Fa/(2a-F) + a/2 = 20*30/(60-30) + 30/2 = 35 \text{ см}$$

(9)

Методический блок

Задача №1 (3 балла)

Решение:

Ускорение $a=v_0/t_1=0,125 \text{ м/с}^2$

Так как $a=g(M-m)/(M+m)$, то следует $M/m=(g/a +1)/(g/a -1)=1,03 \text{ м/с}^2$ (1)

Координаты: $x_1=v_0t_1/2$ или $v_0^2/2a$, $x_2=v_0t_2-at^2/2$

Получаем $x_1=0,25 \text{ м}$ и $x_2=-0,31 \text{ м}$ (2)

Путь: $S=2x_1+|x_2|=0,81 \text{ м}$ (3)

Задача №2 (5 баллов)

Решение:

Сразу после замыкания ток через катушку не идет $I_L=0$ (1)

Ток через резистор: $I_{0R}=E/(R+r)=10,5 \text{ В}/4 \text{ Ом}=2,625 \text{ А}$ (2)

Напряжение на катушке: $U_L=I_{0R} \cdot R=2,625 \text{ А} \cdot 3 \text{ Ом}=7,875 \text{ В}$ (3)

Перед размыканием ток на резисторе: $I_R=U/R=2 \text{ В}/9 \text{ Ом}=2,3 \text{ А}$

Ток через источник: $I_r=(E-U)/r=2 \text{ В}/9 \text{ Ом}=3,5 \text{ А}$ (4)

Ток через катушку:

$3,5 \text{ А} - 2,3 \text{ А} = 1,2 \text{ А}$ и $Q=LI^2/2=0,5 \text{ Гн} \cdot 1,44 \text{ А}^2/2=0,36 \text{ Дж}$ (5)

Задача №3 (7 баллов)

Решение:

Работа газа в циклическом процессе равна алгебраической сумме количеств теплоты, которыми газ обменивается с нагревателем и холодильником: $A = Q_{1-2} + Q_{2-3} + Q_{3-1}$. (1)

Полученное газом количество теплоты $Q = Q_{1-2} + Q_{2-3}$. (2)

Следовательно, КПД двигателя $\eta = A / (A - Q_{3-1})$, причем $Q_{3-1} <$ (3)

По первому закону термодинамики:

$Q_{3-1} = 3\nu R (T_1 - T_3)/2 + A_{3-1}$,

где $A_{3-1} = (p_1 + p_3)(V_1 - V_3)/2$ – работа газа на участке 1 – 3. (4)

Поскольку продолжение прямой 1 – 3 проходит через начало координат, справедливо равенство: $V_1/p_1 = V_3/p_3$, с учетом которого выражение для A_{3-1} преобразуется к виду: $A_{3-1} = (p_1V_1 - p_3V_3)/2$. **(5)**

Используя уравнения состояния $p_1V_1 = \nu RT_1, p_3V_3 = \nu RT_3$, находим, что $A_{3-1} = \nu R(T_1 - T_3)/2$

Следовательно: $Q_{3-1} = 2 \nu R (T_1 - T_3)$. **(6)**

Ответ: $\eta = A / ((A + 2 \nu R (T_3 - T_1))) = 16000 / (16000 + 16620) = 49\%$
(7)