



INTERNATIONAL OLYMPIAD OF TEACHERS AND TRAINERS

Математика. Мұғалімдер лигасы

11 қаңтар 2026 жыл

Сіздерге екі бөлімнен тұратын тапсырмалар ұсынылады:

I. «Математикалық бөлім» (№1–№4 тапсырмалар шығаруға).

II. «Әдістемелік бөлім» (№5–№7 тапсырмалар мұғалімдердің күнделікті жұмысына бағытталған).

Байқау ұзақтығы: 4 сағат.

Әр тапсырма 10 ұнаймен бағаланады.

I. Математикалық бөлім

1. Математиктер мен физиктер. Математика мен физикадан олимпиадаға қатысқан математиктердің үлесі 48%-дан артық, бірақ 50%-дан кем. Олимпиадаға ең кемі қанша оқушы қатысуы мүмкін?

2. Сандар. x , y және z сандары $x^2(y+z) = 1$, $y^2(z+x) = 2$ және $z^2(x+y) = 5$ шарттарын қанағаттандырады. xyz көбейтіндісінің мәнін табыңыз.

3. Көпмүшелік. $P(3) = 130$ шартын қанағаттандыратын, барлық коэффициенттері 1 немесе -1 болатын барлық $P(x)$ көпмүшеліктерін табыңыз.

4. Үшбұрыш. ABC үшбұрышына сырттай сызылған шеңберге B және C төбелерінен жүргізілген жанамалар T нүктесінде қиылысады. AT түзуі BC кесіндісін K нүктесінде қияды. Егер $\angle BAC = 30^\circ$ және $\angle AKC = 60^\circ$ болса, онда $AB : AC$ қатынасын табыңыз.

II. Әдістемелік бөлім

5. Есепті әр түрлі тәсілмен шешу.

Төменде ұсынылған есептің үш әр түрлі шешу тәсілін келтіріңіз:

Есеп

ABC үшбұрышында A төбесінен B және C бұрыштарының биссектрисаларына жүргізілген перпендикулярдың табандары H және K нүктелері болсын. Дәлелдеңіз: $HK \parallel BC$.

№6–7 тапсырмаларда «есеп» шартында немесе оқушының «шешімі» мен «жауабында» математикалық қателер жіберілуі мүмкін. Егер «есептің» шарты

қате болса, онда қатені түсіндіріңіз. Егер қате оқушының «шешімінде» жіберілсе, онда барлық қателерді көрсетіңіз және есептің дұрыс шешімін келтіріңіз.

6. Таразымен өлшеу.

Есеп

Арманда салмақтары 1кг, 2кг, 3кг, ..., 10 кг болатын боулинг шарлары және салмақтары 1кг, 2кг, 3кг, ..., 10 кг болатын доптар бар. Арман боулинг шарларының салмағын біледі, бірақ доптардың салмағын білмейді. Табақшалы таразыны пайдаланып барлық доптардың салмағын анықтау үшін Арман ең кемінде қанша боулинг шарларын пайдалана алады?

Төменде оқушының «шешімі» келтірілген.

Оқушының «шешімі»

Бағалау. Егер пайдаланатын боулинг шарларының саны 4-тен аз болса, есептің шарты орындалмайтынын дәлелдейік. Салмақтары a, b, c болатын үш боулинг шарларын қарастырайық. Осы үш боулинг шарларының көмегімен біз мынадай массадағы доптарды өлшей аламыз: $a, b, c, a+b, a+c, b+c, a+b+c$. Яғни, ең көп дегенде 7 түрлі салмақты анықтауға болады. Демек, боулинг шарларының саны 4-тен кем болмауы тиіс.

Мысал. Салмақтары 1 кг, 2 кг, 4 кг, 8 кг болатын боулинг шарларын алайық. Комбинациялар:

1, 2, $1+2=3$, 4, $1+4=5$, $2+4=6$, $1+2+4=7$, 8, $8+1=9$, $8+2=10$.

«Жауабы»: 4.

7. Параметр.

Есеп

a -ның қандай нақты мәндерінде $4 \cos^2 x = a^2 - 6$ және $1 - \cos 2x = \frac{a}{6}$ теңдеулерінің шешімдер жиыны бірдей болады?

Төменде оқушының «шешімі» келтірілген.

Оқушының «шешімі»

Бірінші теңдеуді түрлендіреміз: $4 \cos^2 x = a^2 - 6 \iff \cos 2x = \frac{a^2 - 8}{2}$.

Екінші теңдеу: $1 - \cos 2x = \frac{a}{6} \iff \cos 2x = 1 - \frac{a}{6}$. Онда

$$\frac{a^2 - 8}{2} = 1 - \frac{a}{6} \iff 3a^2 + a - 30 = 0 \iff \begin{cases} a = -\frac{10}{3}, \\ a = 3. \end{cases}$$

$a = -\frac{10}{3}$ және $a = 3$ болғанда теңдеулерінің шешімдер жиыны бірдей болады.

«Жауабы»: $a = -\frac{10}{3}$, $a = 3$.



INTERNATIONAL OLYMPIAD OF TEACHERS AND TRAINERS

Математика. Лига учителей

11 января 2026 года

Вам предлагаются два блока заданий:

I. «Математический блок» (задачи №1–№4 для решения).

II. «Методический блок» (задачи №5–№7, включает в себя задания, моделирующие повседневную работу учителя).

Продолжительность конкурса: 4 часа.

Каждое задание оценивается в 10 баллов.

I. Математический блок

1. Математики и Физики. Доля математиков, участвовавших в олимпиаде по математике и физике, составляет более 48%, но менее 50%. Какое наименьшее количество учащихся могло участвовать в олимпиаде?

2. Числа x , y , z удовлетворяют условиям $x^2(y+z) = 1$, $y^2(z+x) = 2$ и $z^2(x+y) = 5$. Найдите значение произведения $x y z$.

3. Многочлен. Найдите все такие многочлены $P(x)$, если известно, что $P(3) = 130$ и все коэффициенты многочлена $P(x)$ равны 1 или -1 .

4. Треугольник. В треугольнике ABC проведены касательные к описанной окружности в точках B и C , которые пересекаются в точке T . Прямая AT пересекает отрезок BC в точке K . Найдите отношение $AB : AC$, если $\angle BAC = 30^\circ$ и $\angle AKC = 60^\circ$.

II. Методический блок

5. Решение задачи несколькими способами.

Приведите три различных способа решения представленной ниже задачи:

Задача

В треугольнике ABC точки H и K — основания перпендикуляров, опущенных из вершины A на биссектрисы углов B и C . Докажите, что $HK \parallel BC$.

В заданиях №6–7 могут содержаться математические ошибки (как в условиях «задач», так и в «ответах» и «решениях»). Если некорректно условие «задачи», то объясните, почему это так. Если неверно только «решение», то укажите все ошибки и приведите верное решение.

6. Взвешивания.

Задача

У Армана есть набор шаров для боулинга весом 1 кг, 2 кг, 3 кг, ..., 10 кг и накладные мячи, веса которых также составляют 1 кг, 2 кг, 3 кг, ..., 10 кг. Арман знает веса шаров для боулинга, но веса мячей ему не известны. Какое наименьшее число шаров для боулинга потребуется Арману, чтобы с помощью чашечных весов определить веса всех мячей?

Ниже приведено «решение» ученика.

«Решение» ученика

Оценка. Докажем, что если количество используемых боулинговых шаров меньше 4, то условие задачи не выполняется. Рассмотрим три боулинговых шара весом a, b и c . С помощью этих трех шаров можно взвесить мячи со следующими массами: $a, b, c, a + b, a + c, b + c$ и $a + b + c$. Таким образом, можно определить максимум 7 различных весов. Следовательно, количество боулинговых шаров должно быть не менее 4.

Пример. Возьмем боулинговые шары весом 1 кг, 2 кг, 4 кг, 8 кг. Комбинации: 1, 2, $1+2=3$, 4, $1+4=5$, $2+4=6$, $1+2+4=7$, 8, $8+1=9$, $8+2=10$.

«Ответ»: 4.

7. Параметр.

Задача

При каких действительных значениях a множества решений уравнений $4 \cos^2 x = a^2 - 6$ и $1 - \cos 2x = \frac{a}{6}$ совпадают?

Ниже приведено «решение» ученика.

«Решение» ученика

Преобразуем первое уравнение: $4 \cos^2 x = a^2 - 6 \iff \cos 2x = \frac{a^2 - 8}{2}$.

Второе уравнение: $1 - \cos 2x = \frac{a}{6} \iff \cos 2x = 1 - \frac{a}{6}$. Приравнивая правые части, получим:

$$\frac{a^2 - 8}{2} = 1 - \frac{a}{6} \iff 3a^2 + a - 30 = 0 \iff \begin{cases} a = -\frac{10}{3}, \\ a = 3. \end{cases}$$

При $a = -\frac{10}{3}$ и $a = 3$ множества корней уравнений совпадают.

«Ответ»: $a = -\frac{10}{3}$, $a = 3$.



INTERNATIONAL OLYMPIAD OF TEACHERS AND TRAINERS

Mathematics. Teachers league.

11th January 2026

You are offered two sets of problems:

I. «Mathematical Set» (problems №1-№4 to solve)

II. «Methodical Set» (problems №5-№7, includes tasks simulating a Math teacher professional activity)

Time: 4 hours

Each task is worth 10 points

I. Mathematical Set

1. Mathematicians and Physicists. The proportion of mathematicians who participated in the Mathematics and Physics Olympiad is more than 48% but less than 50%. What is the minimum number of students who could have participated in the Olympiad?

2. Numbers x, y and z satisfy the conditions $x^2(y + z) = 1$, $y^2(z + x) = 2$ and $z^2(x + y) = 5$. Find the value of the product xyz

3. Polynomial. Find all such polynomials $P(x)$, given that $P(3) = 130$ and all coefficients of the polynomial $P(x)$ are either 1 or -1 .

4. Triangle. The tangents at B and C to circumcircle AB meet at T . The line AT meets BC at K . Find the ratio $AB : AC$ if $\angle BAC = 30^\circ$ and $\angle AKC = 60^\circ$.

II. Methodical Set

5. Solving the problem in different ways.

Provide three distinct ways to solve the following problem:

Problem

In triangle ABC , points H and K are the feet of the perpendiculars dropped from vertex A to the internal bisectors of angles B and C , respectively.

Prove that $HK \parallel BC$.

Problems 6–7 may contain mathematical mistakes (within the "problem statements, answers," or "solutions"). If a "problem statement" is incorrect, explain why. If only the "solution" is incorrect, identify all errors and provide the correct solution.

6.The Weighting Problem.

Problem

Arman has bowling balls with weights of 1kg, 2kg, 3kg, ..., 10kg and balls with weights of 1kg, 2kg, 3kg, ..., 10kg. Arman knows the weights of the bowling balls, but he does not know the weights of the other balls. What is the minimum number of bowling balls Arman can use to weigh all the balls using a balance scale?

Below is a **student's "solution"**

Student's "solution"

Lower Bound. Let us prove that the condition cannot be satisfied if the number of bowling balls used is less than 4. Consider three bowling balls with weights a , b , and c . Using these three bowling balls, we can directly measure balls with the following weights: $a, b, c, a + b, a + c, b + c$, and $a + b + c$. In other words, at most 7 different weights can be determined. Therefore, the number of bowling balls must be at least 4.

Example. Let us take bowling balls with weights of 1 kg, 2 kg, 4 kg, and 8 kg. The combinations are: 1, 2, $1+2=3$, 4, $1+4=5$, $2+4=6$, $1+2+4=7$, 8, $8+1=9$, $8+2=10$. Thus, we can weigh any load from 1 to 10 kg.

"Answer": 4.

7.Parametric equations

Problem

For which real values of a do the solution sets of the equations $4 \cos^2 x = a^2 - 6$ and $1 - \cos 2x = \frac{a}{6}$ coincide?

Below is a **student's "solution"**

Student's "solution"

Simplify the first equation: $4 \cos^2 x = a^2 - 6 \iff \cos 2x = \frac{a^2 - 8}{2}$.

Similarly, for the second equation: $1 - \cos 2x = \frac{a}{6} \iff \cos 2x = 1 - \frac{a}{6}$.

Equating the RHS, we get:

$$\frac{a^2 - 8}{2} = 1 - \frac{a}{6} \iff 3a^2 + a - 30 = 0 \iff \begin{cases} a = -\frac{10}{3}, \\ a = 3. \end{cases}$$

At $a = -\frac{10}{3}$ and $a = 3$, the solution sets of the equations coincide.

"Answer": $a = -\frac{10}{3}, a = 3$.