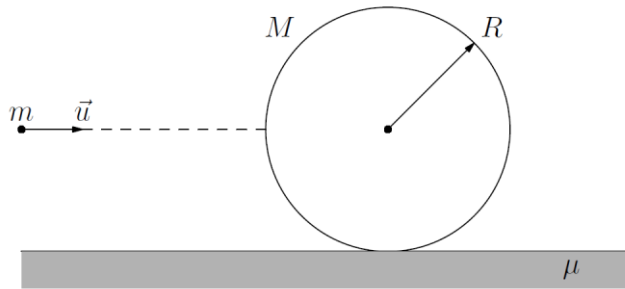
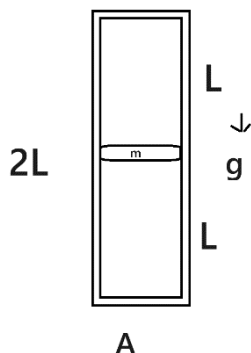


Non-profit joint stock company
"Republican School of Physics and Mathematics"
January 2024
VI International Olympiad in Physics. (Trainers' League.)

1. A hollow cylinder of mass M and radius R rests on a rough horizontal surface. A projectile of mass $m < M$ having a velocity u directed horizontally exactly towards the middle of the cylinder as shown in the figure. The shell gets stuck in the cylinder wall, after which the shell starts to move, slipping on the surface. The coefficient of static and kinetic friction between the cylinder and the horizontal surface are the same, and are equal to $\mu < 2$

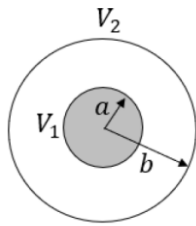


- i. In which direction does the cylinder rotate? State your answers for different values of μ .
 - ii. Find its angular acceleration about the center of the cylinder just after the impact.
 - iii. It is known that some time after the impact, the horizontal projection of the velocity of the center of mass of the system is equal to v , and the angular velocity of the cylinder is Ω . Till this point, the cylinder has rotated through an angle ϕ . How much heat was released in the system till this point, if the cylinder all the time after the impact moved with slipping, rotating in one direction? Assume that all energy losses are dissipated in the form of heat.
2. An insulated cylindrical container of length $2L$ and base area A is placed with its bottom in the horizontal plane, standing upright. It is divided equally by a heat-insulated frictionless movable piston with mass M , and both chambers are filled with a diatomic gas at temperature T_0 and pressure P_0 . At the beginning the piston hold at height L from the bottom the released under the effect of gravity

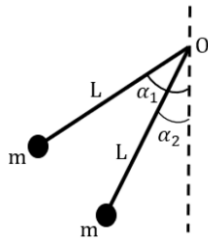


- i. After releasing the piston, determine its position as a function of time t . Assume that the piston's movement is very small compared to the length of the cylinder.
- ii. What is the maximum speed the piston will reach during this movement?
 At the initial moment, just before releasing the piston, the upper chamber is entirely evacuated. The piston is released when there is gas at temperature T_0 and pressure P_0 in the lower chamber.
- iii. What is the maximum speed that the piston will reach during this motion?

3. A solid conducting sphere of radius a and a spherical conductive shell of radius b are placed such that their centers coincide. The sphere inside and outside spheres are kept under potentials V_1 and V_2 respectively.



- i. Find the surface charge densities on the inner and outer spheres.
 - ii. Find the expressions for electric field and potential in the regions $r < a$, $b > r > a$ and $r > b$
 - iii. Find the energy stored between the spheres.
 - iv. Find the pressure acting on the outer sphere.
4. Two objects each with mass m attached to the ends of rigid, massless rods of length L to the same point O so that they can move freely in the vertical plane. The entire system is under the influence of gravity. There is a repulsive interaction potential energy between the two masses. $U = -kx^2$ where $k > 0$ is a constant and x is the distance between masses. Given that $mg \neq 2kL$.

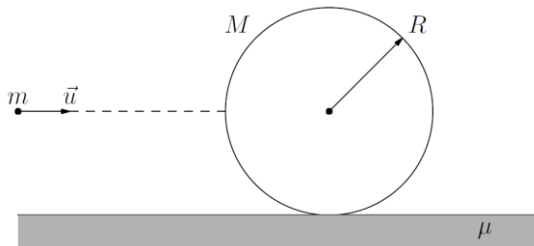


- i. Write the equations of motion of the masses at angles α_1 and α_2 .
- ii. State all equilibrium positions(angles) for angles α_1 and α_2 .
- iii. For each of all equilibrium positions, indicate which are stable and which are not, by examining the small vibration equilibrium positions
- iv. Find its period of small vibrations around stable equilibrium positions

Коммерциялық емес акционерлік қоғам
«Республикалық физика-математика мектебі»
2024 жылдың қаңтары

Физикадан VI халықаралық олимпиада. Жаттықтырушылар лигасы.

1. **(8 ұпай)** Массасы M және радиусы R қуыс цилиндр кедір-бұдыр горизонталь бетте жатыр. Массасы m $< M$ болатын снаряд, u жылдамдығымен, суретте көрсетілгендей цилиндрдің ортасына горизонталь тұра бағытталған. Снаряд цилиндр қабырғасында тұрып қалып, сырғанап қозғала бастайды. Цилиндр мен көлденең бет арасындағы статикалық және кинетикалық үйкеліс коэффициенті бірдей және $\mu < 2$

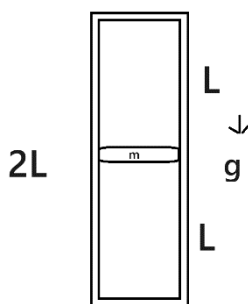


- i. Цилиндр қай бағытта айналады? μ -дің әр түрлі мәндеріне жауаптарыңызды көрсетіңіз.
- ii. Соққыдан кейінгі цилиндрдің центріне қатысты оның бұрыштық үдеуін табыңыз.

Соққыдан біраз уақыттан кейін жүйенің массалар центрінің жылдамдығының горизонталь проекциясы v -ге тең, ал цилиндрдің бұрыштық жылдамдығы Ω болатыны белгілі. Осы уақытқа дейін цилиндр ϕ бұрышқа бұрылды.

- iii. Цилиндр соққыдан кейін барлық уақытта сырғанап, бір бағытта айналып қозғалса, осы уақытқа дейін жүйеде қанша жылу бөлінді? Барлық энергия шығындары жылу түрінде бөлінеді делік

2. **(7 ұпай)** Ұзындығы $2L$ және табанының ауданы A оқшауланған цилиндрлік ыдыс тік тұрған күйде түбімен көлденең жазықтықта орналастырылған. Ол массасы M жылу оқшауланған үйкеліссіз жылжымалы поршеньмен бірдей бөлінеді және екі камера да T_0 температурасында және P_0 қысымында екі атомды газбен толтырылады. Бастапқыда поршень L биіктіктен төменге қарай ауырлық күшінің әсерінен қозғалады.

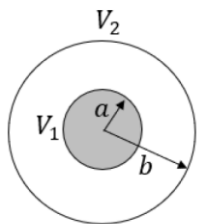


- i. Поршеньді босатқаннан кейін оның орнын t уақытқа байланысты анықтаңыз. Поршеньдің қозғалысы цилиндрдің ұзындығымен салыстырғанда өте аз деп есептейік.
- ii. Бұл қозғалыс кезінде поршеньдің максималды жылдамдығы қандай болады?

Бастапқы сәтте, поршеньді босату алдында, жоғарғы камерадағы газ толығымен шығарылады. Поршень төменгі камерада T_0 температурасында және P_0 қысымында газ болған кезде жіберіледі.

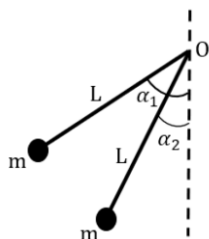
- iii. Бұл қозғалыс кезінде поршеньдің максималды жылдамдығы қандай болады?

3. **(9 ұпай)** Радиусы a болатын өткізгіш шар мен радиусы b сфералық өткізгіш қабықша олардың центрлері сәйкес келетіндей етіп орналастырылған. Ішкі және сыртқы сфералар сәйкесінше V_1 және V_2 потенциалдары бар.



- Ішкі және сыртқы шарлардағы беттік зарядтардың тығыздығын табыңыз.
- $r < a$, $b > r > a$ және $r > b$ аймақтарындағы электр өрісі мен потенциалының мәндерін табыңыз.
- Шарлар арасында жинақталған потенциалдық энергияны табыңыз.
- Сыртқы шарға әсер ететін қысымды табыңыз.

4. **(6 ұпай)** Әрқайсысының массасы m болатын екі зат тік жазықтықта еркін қозғалуы үшін ұзындығы L қатты, массасы жоқ стержень ұштарына бір O нүктесінде бекітілген. Бүкіл жүйе гравитацияның әсерінде. Екі массаның арасында кері әсерлесу потенциалдық энергиясы бар. $U = -kx^2$ мұндағы $k > 0$ – тұрақты шама, ал x – массалар арасындағы қашықтық. $mg \neq 2kL$ болатынын ескерсек.

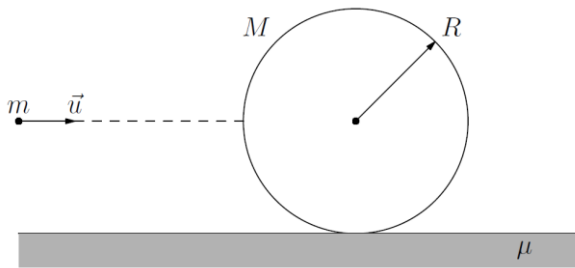


- α_1 және α_2 бұрыштарындағы массалардың қозғалыс теңдеулерін жазыңыз.
- α_1 және α_2 бұрыштарының барлық тепе-теңдік орындарын (бұрыштарын) көрсетіңіз.
- Барлық тепе-теңдік позицияларының әрқайсысы үшін шағын тербеліс тепе-теңдік позицияларын зерттеу арқылы қайсысы тұрақты, қайсысы тұрақты емес екенін көрсетіңіз.
- Оның тұрақты тепе-теңдік позицияларының айналасындағы шағын тербеліс периодын табыңыз.

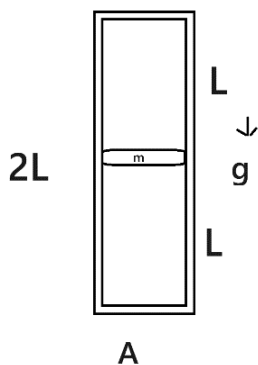
Некоммерческое акционерное общество
«Республиканская физико-математическая школа»
Январь 2024 г.

VI Международная олимпиада по физике. Лига тренеров.

1. **(8 баллов)** Полый цилиндр массы M и радиуса R лежит на шероховатой горизонтальной поверхности. Снаряд массы $m < M$, имеющий скорость u , направленную горизонтально точно к середине цилиндра, как показано на рисунке. Снаряд застревает в стенке цилиндра, после чего начинает двигаться проскальзывая. Коэффициенты статического и кинетического трения между цилиндром и горизонтальной поверхностью одинаковы и равны $\mu < 2$.

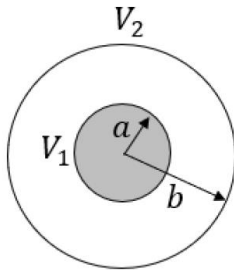


- i. В каком направлении вращается цилиндр? Сформулируйте свои ответы для разных значений μ .
- ii. Найдите его угловое ускорение относительно центра цилиндра сразу после удара.
- iii. Известно, что через некоторое время после удара горизонтальная проекция скорости центра масс системы равна v , а угловая скорость цилиндра равна Ω . До этого момента цилиндр повернулся на угол ϕ . Сколько тепла выделилось в системе до этого момента, если цилиндр все время после удара двигался со скольжением, вращаясь в одну сторону? Предположим, что все потери энергии рассеиваются в виде тепла.
2. **(7 баллов)** Теплоизолированный цилиндрический контейнер длиной $2L$ и площадью основания A помещают дном в горизонтальную плоскость и ставят вертикально. Она разделена поровну подвижным поршнем, который движется без трения, массой M , и обе камеры заполнены двухатомным газом при температуре T_0 и давлении P_0 . Вначале поршень удерживают на высоте L снизу и начинает двигаться под действием силы тяжести после того как его отпустили.



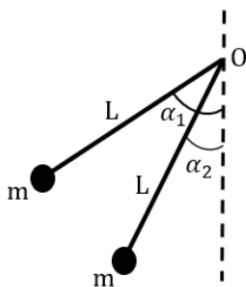
- i. После того как его отпустили, определите положение поршня в зависимости от времени t . Предположим, что перемещение поршня очень мало по сравнению с длиной цилиндра.
- ii. Какую максимальную скорость достигнет поршень при этом движении?
- В начальный момент, непосредственно перед отпуском поршня, верхняя камера полностью опорожнена. Поршень освобождается, когда в нижней камере имеется газ с температурой T_0 и давлением P_0 .
- iii. Какую максимальную скорость достигнет поршень при этом движении?

3. **(9 баллов)** Твёрдый проводящий шар радиуса a и сферическая проводящая оболочка радиуса b расположены так, что их центры совпадают. Сфера внутри и снаружи сферы находится под потенциалами V_1 и V_2 соответственно.



- i. Найдите поверхностную плотность заряда на внутренней и внешней сферах.
- ii. Найдите выражения для электрического поля и потенциала в областях $r < a$, $b > r > a$ и $r > b$.
- iii. Найдите энергию, запасенную между сферами.
- iv. Найдите давление, действующее на внешнюю сферу.

4. **(6 баллов)** Два предмета каждый массой m прикреплены к концам жестких немассовых стержней длиной L к одной и той же точке O так, что они могут свободно перемещаться в вертикальной плоскости. Вся система находится под действием гравитации. Между двумя массами существует потенциальная энергия отталкивающего взаимодействия. $U = -kx^2$, где $k > 0$ — константа, а x — расстояние между массами. Учтите, что $mg \neq 2kL$.



- i. Напишите уравнения движения масс под углами α_1 и α_2 .
- ii. Укажите все положения равновесия (углы) для углов α_1 и α_2 .
- iii. Для каждого из всех положений равновесия укажите, какие из них устойчивы, а какие нет, исследуя положения равновесия при малых вибрациях.
- iv. Найдите период его малых колебаний около положений устойчивого равновесия.